# Chapitre 04 - Description d'un mouvement - *Corrigé*

## QCM-1

1.C - 2.B - 3.C - 4.B - 5.C - 6.A - 7.C - 8.C - 9.B

## QCM-2

**1. A** ; **2. B** ; **3. B** et **C** ; **4. A** et **C** ; **5. B** ; **6. A** ; **7. B** et **C** ; **8. A** et **B** ; **9. A** et **C**.

## Exo01

**1. a.** $\vec{v}_M = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ d'où $\vec{v}_M = (-g \cdot t + v_0)\vec{k}$.

**b.** Au début du mouvement, l'objet a un mouvement vers le haut : $v_0 > g \cdot t$. Puis $t$ augmente jusqu'à ce que $v_0 = g \cdot t$, soit $t = \dfrac{v_0}{g}$. À ce moment, le vecteur vitesse devient nul. L'instant d'après, $g \cdot t > v_0$ : le vecteur vitesse est dirigé vers le bas.

**2.** $\vec{a}_M = \dfrac{d\vec{v}_M}{dt}$ d'où $\vec{a}_M = -g \cdot \vec{k}$.

Il s'agit d'un vecteur vertical, dirigé vers le bas et de norme $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

## Exo02

**1. a.** $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$, d'où, en dérivant chacune des coordonnées :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3{,}39 \\ -9{,}8 \times t + 5{,}87 \end{pmatrix}$$

**b.** À $t = 1{,}0$ s, on a :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3{,}39 \\ -9{,}8 \times 1{,}0 + 5{,}87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3{,}39 \\ -3{,}93 \end{pmatrix}$$

D'où $v = \sqrt{3{,}39^2 + (-3{,}93)^2}$

$v = 5{,}19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

**2. a.** $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

d'où en dérivant chacune des coordonnées :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9{,}8 \end{pmatrix}.$$

**b.** Ce vecteur est constant, vertical et orienté vers le bas.

**c.** $a = \sqrt{0 + (-9{,}8)^2} = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

## Exo03

**1.** $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau} + \dfrac{v^2}{R}\vec{n}$

**2. a.** La vitesse diminue au cours du temps car, par identification :

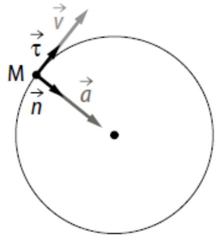
$\dfrac{dv}{dt} = -6{,}50$ SI.

**b.** On a $\dfrac{v^2}{R} = 106{,}0$ SI avec $v = 40$ SI.

Ainsi, $R = \dfrac{40^2}{106} = 15{,}1$ m.

## Exo04

**1.** *Il est précisé, dans le manuel élève et les manuels numériques, qu'on étudie un point situé à la périphérie du manège.*




**2. a.** $v = \dfrac{p}{T}$, où $p$ est le périmètre du cercle ($p = 2\pi \times R$) et $T$ la période de rotation.

Ainsi, $v = \dfrac{\pi \times 16}{2{,}4} = 20{,}9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

**b.** Dans la base de Frenet :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{v} = \begin{pmatrix} 20{,}9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \vec{a} = \begin{pmatrix} \dfrac{dv}{dt} \\ \dfrac{v^2}{R} \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 54{,}8 \end{pmatrix}.$$

**3.** Si le point M est à $R = 4$ m, on a les valeurs suivantes :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 10{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 27{,}4 \end{pmatrix}.$$

## Exo05

**1. a.** Le mouvement d'un point à la surface de l'équateur est circulaire uniforme.

**b.** Le périmètre de la Terre à l'équateur est :

$p = 2\pi \cdot R = 2 \times \pi \times 6{,}4 \times 10^6$

$= 4{,}0 \times 10^7$ m.

La vitesse est $v = \dfrac{p}{T}$ avec $T = 24$ h.

D'où $v = \dfrac{4{,}0 \times 10^7}{24 \times 60 \times 60} = 4{,}7 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$= 1{,}7 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

**c.** Pour un mouvement circulaire uniforme, $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Dans ce cas : $a = \dfrac{(4{,}7 \times 10^2)^2}{6{,}4 \times 10^6} = 3{,}4 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le vecteur accélération est radial et centripète (dirigé vers le centre de la Terre). Avec le repère de Frenet, son expression vectorielle serait :

$\vec{a} = 3{,}4 \times 10^{-2}\ \vec{n}$.

**2.** Les deux valeurs sont très différentes. L'accélération de la pesanteur, presque 300 fois plus intense, est essentiellement due, en réalité, à la force gravitationnelle. L'accélération calculée à la question **1** est due au mouvement de rotation de la Terre et sa contribution est faible.

## Exo06

### Saut au-dessus du canal de Corinthe

**1. a.** On projette sur l'axe (O$x$) la position du centre de masse G du système étudié.


Les espaces parcourus horizontalement entre deux positions consécutives de G sont quasiment égaux.
Le mouvement de G suivant l'axe (O$x$) est uniforme.

**b.** D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$.

Si la seule force appliquée au système est le poids $\vec{P}$, il vient $\vec{P} = m\vec{a}_G$. $\vec{P}$ et $\vec{a}_G$ sont donc colinéaires et de même sens. Le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est donc vertical.

**c.** Si le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est vertical, sa coordonnée horizontale est nulle, et donc le mouvement horizontal s'effectue à vitesse de valeur constante : il est uniforme suivant l'axe (O$x$). Les réponses aux questions **a.** et **b.** sont donc cohérentes entre elles.

**2. a.** La coordonnée verticale de la vitesse $v_y$ est une fonction affine du temps, de la forme : $v_y(t) = a \times t + \text{b}$.

La coordonnée verticale $a_y = \dfrac{\text{d}v_y}{\text{d}t}$ s'identifie au coefficient directeur de la droite, soit, graphiquement, de l'ordre de $10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ; ainsi, $a_y = g =$ constante. Le mouvement vertical de G est uniformément accéléré.

**b.** Lorsque la valeur de la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), la seule coordonnée de la vitesse qui demeure est $v_x$. Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est horizontal ; il est tangent à la trajectoire à l'instant considéré qui est par conséquent le sommet de la parabole. On a alors :

$v = \sqrt{(v_x)^2} = |v_x|$ soit $v = v_0 \times \cos\alpha$ ;

$v = 125\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} \times \cos(33°) = 105\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

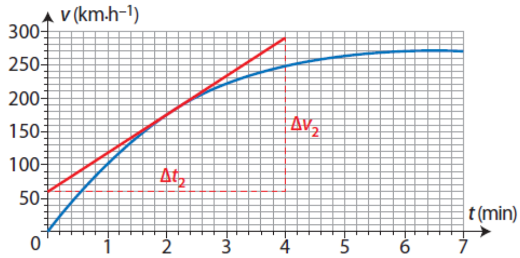
## Exo07

### Accélération d'un TGV

**1.** Pour déterminer graphiquement la valeur $a_G$ de l'accélération, il faut déterminer les coefficients directeurs des tangentes à la courbe aux dates considérées.

**2.** Le coefficient directeur de la tangente à la courbe diminue au cours du temps ; la valeur de l'accélération diminue au cours du temps.

**3.**




À chaque instant, le coefficient directeur de la tangente à la droite est donné par le rapport $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$.

À $t_2 = 2$ min, $a_2 = \dfrac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ soit $a_2 = \dfrac{\dfrac{230 \times 10^3}{3\,600}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{240\ \text{s}}$.

$a_2 = 2{,}66 \times 10^{-1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

À la date $t = 2$ min, le vecteur accélération a pour caractéristiques :
– direction : la droite (voir la photographie) suivant laquelle se déplace la rame ;
– sens : le même que celui de $\vec{v}$ car le mouvement de la rame est accéléré.
– valeur : $a_2 = 2{,}66 \times 10^{-1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

## Exo08

**a** $v(t) = v_y(t) = 20{,}8t$

$v(0) = 20{,}8 \times 0 = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$v(3{,}0) = 20{,}8 \times 3{,}0 = 62\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

**b** Par définition, le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse.
Ainsi, la coordonnée de l'accélération est :

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t)$$

$$a_y(t) = 20{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Le mouvement étant seulement selon l'axe (0$y$), de vecteur unitaire $\vec{j}$, le vecteur accélération s'écrit $\vec{a}(t) = 20{,}8\ \vec{j}$ et s'exprime en mètres par seconde carrée.

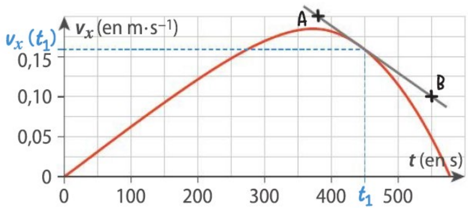
**c** L'accélération de la fusée est constante. Le mouvement de la fusée est donc rectiligne uniformément accéléré.

## Exo09

**a** Par lecture graphique, on obtient les coordonnées de $\vec{v}(t_1)$ :
$v_x(t_1) = 0{,}16\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_y(t_1) = 0{,}23\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

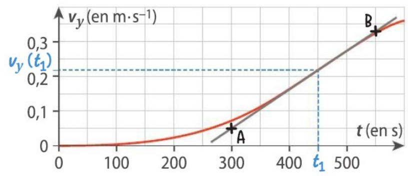
On en déduit la norme de la vitesse :
$v(t_1) = \sqrt{v_x(t_1)^2 + v_y(t_1)^2} = \sqrt{0{,}16^2 + 0{,}23^2} = 0{,}28\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

**b** La coordonnée $a_x(t_1)$ de l'accélération $\vec{a}(t_1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $v_x(t)$ à l'instant $t_1$ :




$a_x(t_1) = \dfrac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \dfrac{0{,}10 - 0{,}20}{550 - 380} = -6{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

On procède de même pour $a_y(t_1)$ :




$a_y(t_1) = \dfrac{v_{yB} - v_{yA}}{t_B - t_A} = \dfrac{0{,}33 - 0{,}05}{550 - 300} = 1{,}1 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

On en déduit la norme de l'accélération :
$a(t_1) = \sqrt{a_x(t_1)^2 + a_y(t_1)^2} = \sqrt{(-6 \times 10^{-4})^2 + (1{,}1 \times 10^{-3})^2} = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$